

Данный файл является фрагментом электронной копии издания,
опубликованного со следующими выходными данными:

УДК 338.92
ББК 65.9(2Р) 30-2
М 744

А в т о р ы :

В.И. Суслов, Ю.С. Ершов, О.И. Гулакова, Д.А. Доможиров, Н.М. Ибрагимов,
Л.В. Мельникова, Т.С. Новикова, А.А. Цыплаков

М 744 **Модели, анализ и прогнозирование пространственной экономики** / отв. ред. В.И. Суслов, науч. ред. Ю.С. Ершов. – Новосибирск: Изд-во ИЭОПП СО РАН, 2022. – 480 с.

ISBN 978-5-89665-364-6

DOI: 10.36264/978-5-89665-364-6-2022-001-480

В настоящей работе изложены результаты исследований в области экономико-математического моделирования, выполнявшихся с начала века в Институте экономики и организации промышленного производства СО РАН на основе межрегиональных межотраслевых моделей. Дается достаточно подробное описание используемых моделей. Показаны возможности их использования для расчета вариантов долгосрочных народнохозяйственных прогнозов и для анализа особенностей межрегиональных взаимодействий в экономике России.

Монография может быть полезной для научных сотрудников, студентов и аспирантов экономических специальностей, интересующихся проблемами прогнозирования и особенностями отраслевой и пространственной структуры экономики

Монография подготовлена в рамках планов НИР ИЭОПП СО РАН по проекту 5.6.6.4 (0260–2021–0007) «Инструменты, технологии и результаты анализа, моделирования и прогнозирования пространственного развития социально-экономической системы России и её отдельных территорий», № 121040100262–7.

ISBN 978-5-89665-364-6

DOI: 10.36264/978-5-89665-364-6-2022-001-480

УДК 338.92
ББК 65.9(2Р) 30-2
М 744

© ИЭОПП СО РАН, 2022 г.
© Коллектив авторов, 2022 г.

Полная электронная копия издания расположена по адресу:
<http://lib.ieie.nsc.ru/docs/2022/001.pdf>

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИНСТРУМЕНТОВ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ЭКОНОМИКИ РОССИИ

Основным инструментом исследования пространственной структуры экономики России является межрегиональная межотраслевая модель, объединяющая региональные блоки (модели развития макрорегионов – федеральных округов России), условия межрегиональных транспортно-экономических связей и соотношения региональных уровней конечного потребления.

Для формирования исходных данных указанной модели и построения сценариев важное значение имеют гипотезы о динамике текущих материальных затрат, капиталоемкости и трудоемкости, динамике экспорта-импорта и внешнеторговых цен, других макроэкономических (общероссийских) показателях.

Наш подход реализует принцип «От общего к частному» и включает два этапа. На первом этапе строится задач базового года в целом для страны и затем преобразуется в совокупность согласованных региональных таблиц (обычно в разрезе федеральных округов). На втором этапе – уже для решения задач долгосрочного прогнозирования статические задачи базового года дополняются полудинамическими постановками точечной межотраслевой модели и межрегиональной межотраслевой модели.

Ниже в развернутом виде приводится описание формальных постановок этих оптимизационных моделей.

2.1. Статическая межотраслевая модель базового года

Статическая межотраслевая модель представляет собой задачу линейного программирования следующего вида.

Балансовые условия по производству и распределению продукции по видам деятельности:

$$x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \alpha_i z - v_i + w_i \geq q_i; \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.1)$$

Соответствующие ограничения для транспортной отрасли ($i = \tau$):

$$x_{\tau} - \sum_{j=1}^n a_{\tau j} x_j - \alpha_{\tau} z - \sum_{j=1}^{n'} c_{\tau j}^v v_j - \sum_{j=1}^{n'} c_{\tau j}^w w_j \geq q_i;$$

$\tau \in GT.$ (2.2)

Балансовые ограничения по трудовым ресурсам:

$$\sum_{j=1}^n l_j x_j \leq L. \quad (2.3)$$

Ограничения на объемы выпуска продукции:

$$0 \leq x_j \leq N_j; \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.4)$$

Ограничения неотрицательности переменных экспорта и импорта:

$$v_i, w_i \geq 0; \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.5)$$

Целевая функция:

$$z \rightarrow \max. \quad (2.6)$$

Обозначения:

Константы:

n – количество отраслей;

n' – количество транспортабельных отраслей;

Индексы:

$j \in \{1, \dots, n\}$ – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$\tau \in GT$ – индекс транспортабельных отраслей;

GT – номера транспортных отраслей;

Переменные:

x_i – объем выпуска товаров (услуг) по видам деятельности i ;

z – максимизируемый объем конечного потребления;

v_i – объем экспорта товаров (услуг) по виду деятельности i ;

w_i – объем импорта товаров (услуг) по виду деятельности i .

Параметры:

a_{ij} – коэффициенты текущих материальных затрат (расхода продукции отрасли i на единицу выпуска в отрасли j);

α_i – доля продукции i -й отрасли в максимизируемой части конечного продукта; ($\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$);

$c_{\tau j}^v$ – дополнительные удельные затраты транспорта на экспорт продукции j из страны;

$c_{\tau j}^w$ – удельные затраты транспорта на импорт продукции j в страну;

q_i – фиксированная часть конечного продукта i -й отрасли (в основном это – валовое накопление основного капитала);

l_j – удельная трудоемкость выпуска продукции j ;

N_j – ограничения на значения переменных объемов выпуска отрасли j ;

L – лимит численности занятых.

2.2. Статическая межрегиональная межотраслевая модель

В оптимизационных статистических межрегиональных межотраслевых моделях региональные межотраслевые модели объединяются с помощью способов межрегиональных связей товаров и услуг и условий соотношением региональных объемов потребления населения и государства (скаляризирующих вектор региональных целей) в линейно программные конструкции:

Региональные балансы производства и распределения продукции по видам деятельности:

$$\begin{aligned} x_i^r - \sum_{j=1}^n a_{ij}^r x_j^r - \alpha_i^r z^r - \sum_{s \neq r} x_i^{rs} + \sum_{s \neq r} x_i^{sr} - v_i^r + w_i^r \geq \\ \geq q_i^r; \quad i = 1, \dots, n; \quad r = 1, \dots, R. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Соответствующие ограничения для транспортной отрасли ($i = \tau$):

$$\begin{aligned} x_{\tau}^r - \sum_{j=1}^n a_{\tau j}^r x_j^r - \alpha_{\tau}^r z^r - \sum_{s \neq r} \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^{rs} x_j^{rs} - \\ \sum_{s \neq r} \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^{sr} x_j^{sr} - \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^v v_j^r - \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^w w_j^r \geq q_{\tau}^r; \quad \tau \in \\ \text{GT}; \quad r = 1, R. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Региональные ограничения на численность занятых в экономике:

$$\sum_{j=1}^n l_j^r x_j^r \leq L^r; \quad r = 1, \dots, R. \quad (2.9)$$

Ограничения на пространственную структуру конечного потребления:

$$-z^r + \lambda^r z \leq 0; r = 1, \dots, R. \quad (2.10)$$

Региональные ограничения на объемы выпуска продукции:

$$0 \leq x_j^r \leq N_j^r; j = 1, \dots, n; r = 1, \dots, R. \quad (2.11)$$

Ограничения неотрицательности переменных:

$$x_i^{rs}, x_i^{sr}, v_i^r, w_i^r \geq 0; i = 1, \dots, n. \quad (2.12)$$

Целевая функция:

$$z \rightarrow \max. \quad (2.13)$$

Макроструктура межрегиональной межотраслевой модели с элементами межрегионального межотраслевого баланса имеет блочно-диагональный вид – региональные блоки, не связанные друг с другом переменными-столбцами, связываются общим столбцом параметров территориальной структуры общесистемного целевого показателя, столбцами переменных вывоза-ввоза, а также объемами межрегиональных услуг.

Обозначения:

Константы:

n – количество отраслей;

R – количество регионов (для двухзональной модели =2);

n' – количество транспортабельных отраслей.

Индексы:

$j \in \{1, \dots, n\}$ – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$s, r \in \{1, \dots, R\}$ – индексы регионов;

$\tau \in GT$ – индекс транспортабельных отраслей;

GT – номера транспортных отраслей.

Переменные:

x_i^r – объем выпуска товаров по видам деятельности i в регионе r ;

x_f^r – объем отраслей услуг в регионе r ;

x_τ^r – объем транспортных услуг в регионе r ;

x_i^{rs} – объем поставок товаров по виду деятельности i из региона r в регион s ;

x_f^{rs} – объем работ отраслей услуг региона r , оказываемый для региона s ;

v_i^r – объем экспорта товаров (услуг) по виду деятельности i из региона r ;

w_i^r – объем импорта товаров (услуг) по виду деятельности i в регион r ;

z^r – объем конечного потребления в регионе r ;

z – максимизируемый объем конечного потребления в целом по стране.

Параметры:

a_{ij}^r – удельные текущие затраты продукции i на выпуск продукции j в регионе r ;

a_{rj}^r – удельные затраты транспорта на внутрирегиональные перевозки продукции j в регионе r ;

$c_{r\tau j}^{rs}$ – дополнительные удельные затраты транспорта региона r на вывоз продукции j из региона r в регион s ;

$c_{r\tau j}^{sr}$ – удельные затраты транспорта региона r на ввоз продукции j из региона s ;

$c_{r\tau j}^v$ – дополнительные удельные затраты транспорта региона r на экспорт продукции j из региона r ;

$c_{r\tau j}^w$ – удельные затраты транспорта региона r на импорт продукции j ;

α_i^r – доля продукции i в суммарном конечном потреблении в регионе r ($\sum_{i=1}^n \alpha_i^r = 1$);

λ^r – доля региона r в суммарном конечном потреблении страны;

($\sum_{r=1}^R \lambda^r = 1$);

l_j^r – удельная трудоемкость выпуска продукции j в регионе r ;

q_i^r – объем конечного продукта в части продукции i в регионе r , не входящий в состав максимизируемой части конечного потребления (в основном это – валовое накопление основного капитала);

L^r – лимит (численность занятых) трудовых ресурсов в регионе r ;

N_j^r – ограничения сверху на объем выпуска продукции j в регионе r .

2.3. Оптимизационные динамические межотраслевые модели

В математическом смысле оптимизационные динамические межотраслевые модели являются также задачами линейного или сепарабельного программирования, решение которых определяет состояние экономики страны на последний год некоторого прогнозного периода. В этих моделях базовым годом является 0-й год, и может быть предусмотрено от одного до несколько прогнозных периодов.

Необходимость разделения прогнозного периода на подпериоды вызвана спецификой динамики важных экзогенных параметров, таких как прогнозируемая численность трудовых ресурсов или показатели внешнеэкономической конъюнктуры. Если первые прогнозируются с высокой степенью точности, то последние характеризуются достаточно высокой степенью неопределенности и требуют вариантного подхода к прогнозированию.

Выделение промежуточных временных точек обеспечивает возможность более адекватного и гибкого учета неравномерности динамики параметров по периодам. Связь между периодами обеспечивается наличием «сквозных» переменных, представленных в балансовых условиях производства и распределения продукции для всех периодов, и взаимозависимостью функций, определяющих соотношения между валовыми инвестициями в каждом периоде и их объемами в последние годы каждого периода. Такая структура задачи обуславливает наличие как прямой, так

и обратной связи между периодами. Прямая связь выражается в том, что достигнутые к концу одного периода результаты становятся стартовыми условиями функционирования экономики в следующем периоде. Обратная связь проявляется в особенностях отображения инвестиционных процессов – так, если главной целью поставить долгосрочный ориентир – достигнуть максимума конечного потребления к концу всего прогнозного периода, то реализацию этой цели обеспечивает изменение соотношения между потреблением и накоплением в первом периоде в пользу последующих.

Ниже приведены формальные постановки этих моделей.

2.3.1. Полудинамическая межотраслевая модель экономики России

Балансовые условия по производству и распределению продукции:

$$\begin{aligned} x_i^0 + \Delta x_i^1 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^0 x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^1 \Delta x_j^1 - \alpha_i^1 z^1 - v_i^1 + w_i^1 \geq \\ \geq q_i^1; \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Соответствующие ограничения для капиталобразующих отраслей ($i = g$):

$$\begin{aligned} x_g^0 + \Delta x_g^1 - \sum_{j=1}^n a_{gj}^0 x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{gj}^1 \Delta x_j^1 - u_g^1 - \alpha_g^1 z^1 - v_g^1 + \\ + w_g^1 \geq q_g^1; \quad g \in G. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Соответствующие ограничения для транспортной отрасли ($i = \tau$):

$$\begin{aligned} x_\tau^0 + \Delta x_\tau^1 - \sum_{j=1}^n \Delta \alpha_{\tau j}^0 x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta \alpha_{\tau j}^1 \Delta x_j^1 - \alpha_\tau^1 z^1 - \\ - \sum_{j=1}^n c_{\tau j}^w w_j^1 \geq q_\tau^1; \quad \tau \in GT. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Балансовые ограничения по трудовым ресурсам:

$$\sum_{j=1}^n l_j^0 x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta l_j^1 \Delta x_j^1 \leq L^1. \quad (2.17)$$

Балансовые ограничения по инвестициям:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^0 x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^1 \Delta x_j^1 - f_1(u_g^0, u_g^1) \leq 0; \quad g \in G; \quad (2.18)$$

Ограничения на внешнеторговое сальдо:

$$\sum_{j=1}^n p_j^v v_j^1 - \sum_{j=1}^n p_j^w w_j^1 \geq Q^1. \quad (2.19)$$

Ограничения на объемы выпуска и приросты объемов выпуска:

$$x_j^0 \leq N_j^0; \quad \Delta x_j^1 \leq \Delta N_j^1; \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.20)$$

Ограничения на максимально и минимально допустимые объемы экспорта и импорта:

$$\underline{V}_j^1 \leq v_j^1 \leq \overline{V}_j^1; \quad \underline{W}_j^1 \leq w_j^1 \leq \overline{W}_j^1; \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.21)$$

Целевая функция:

$$z^1 \rightarrow \max. \quad (2.22)$$

Обозначения:

Константы:

n – количество отраслей;

n' – количество транспортабельных отраслей.

Индексы:

$j \in \{1, \dots, n\}$ – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$\tau \in GT$ – индекс транспортабельных отраслей;

GT – номера транспортных отраслей;

$g \in G$ – индекс капиталобразующих отраслей;

G – номера капиталобразующих отраслей.

Переменные:

x_i^0 – базовый (достигнутый в 0 – ом г.) объем выпуска по видам деятельности i ;

Δx_i^1 – прирост выпуска по видам деятельности i за период;

z^1 – объем максимизируемой части конечного потребления в последнем году периода;

v_i^1 – объем экспорта продукции по видам деятельности i в последнем году периода;

w_i^1 – объем импорта продукции по видам деятельности i в последнем году периода;

u_g^1 – валовые инвестиции в основной капитал (в части капиталобразующей отрасли g).

Параметры:

a_{ij}^0 – коэффициенты текущих материальных затрат (расхода продукции отрасли i на единицу выпуска в отрасли j), необходимых для обеспечения объема выпуска в конце периода, не превышающего базовый (0 года) объем выпуска в отрасли j ;

Δa_{ij}^1 – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых для обеспечения прироста объема выпуска за период;

α_i^1 – доля продукции i -й отрасли в максимизируемой части конечного продукта;

$c_{\tau j}^v$ – транспортные затраты на экспорт единицы продукции отрасли j ;

$c_{\tau j}^w$ — транспортные затраты на импорт единицы продукции отрасли j ;

l_j^0 — коэффициенты затрат труда, необходимых для обеспечения объема выпуска в конце периода, не превышающего базовый (0 года) объем выпуска в отрасли j ;

l_j^1 — коэффициенты затрат труда, необходимых для обеспечения прироста выпуска отрасли j за период;

γ_{gj}^0 — коэффициенты капитальных затрат, необходимых для поддержания объема выпуска продукции отрасли j в течение периода на уровне, достигнутом в базовом году (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta\gamma_{gj}^1$ — коэффициенты капитальных затрат, необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли i за период (в части затрат, приходящихся на долю фондообразующей отрасли g);

u_g^0 — базовый объем инвестиций в части затрат продукции фондообразующей отрасли g ;

$f_1(u_g^0, u_g^1)$ — функция зависимости суммарных инвестиций в основной капитал за период от значений базового их объема и достигнутого в последнем году первого периода (для заданного закона их роста);

p_j^v — коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для продукции отрасли i , экспортируемой в последнем году периода;

p_j^w — коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для продукции отрасли i , импортируемой в последнем году периода;

q_i^1 — фиксированная часть конечного потребления i -ой отрасли в последнем году периода;

$N_j^0, \Delta N_j^1$ — ограничения на значения переменных объемов выпуска отрасли j (приростов объемов выпуска);

Q^1 — ограничения на величину сальдо торгового баланса в последнем году периода;

L^1 – ограничения на численность трудовых ресурсов в последнем году периода;

$\underline{V}_j^1, \overline{V}_j^1$ – максимально и минимально допустимые объемы экспорта продукции отрасли i в последнем году периода;

$\underline{W}_j^1, \overline{W}_j^1$ – максимально и минимально допустимые объемы импорта продукции отрасли i в последнем году периода.

Комментарии

1. Об ограничениях на отдельные переменные. Фактическое количество ограничений на переменные многократно меньше того полного списка, который представлен в формальной постановке модели. Потребность в их введении появляется в ходе реализации конкретной задачи при достижении отдельными переменными значений, которые не могут быть признаны реалистичными. В первоначальных постановках количество таких ограничений минимально (как правило, устанавливаются только пределы увеличения объемов выпуска для тех добывающих производств, где они объективно определяются наличными природными ресурсами).

В фактически реализуемых постановках модели разделение на переменные и параметры может измениться, и это зависит, прежде всего, от характера взаимосвязей между показателями производства, экспорта и импорта, присущих отдельным отраслям. Так, для нефтедобывающей или газовой промышленности фактических внешних ограничений на экспорт нет (при реалистичных ограничениях на показатели прироста добычи), в то время как, например, для продукции машиностроения ограниченный спрос внешнего рынка является одним из существенных ограничений на рост производства. Далее, ограничения на приросты выпуска в ходе реализации модели могут быть преобразованы в эквивалентные (т.е. не изменяющие решения прямой задачи) ограничения на объемы экспорта или импорта (что соответствует введению квот или равных по воздействию на объемы экспорта (импорта) пошлин), и эта модификация модели открывает возможности экономической интерпретации двойственных переменных для таких ограничений.

2. Специфика моделирования инвестиционного процесса.

В реализованной постановке модели имеются две группы переменных по выпуску продукции – производство на мощностях, обеспечивающих объемы выпуска на уровне базового года, и прироста производства за прогнозный период. Разделение общего объема выпуска на две группы имеет значение прежде всего для адекватного представления балансов валовых инвестиций. Коэффициенты капиталоемкости для первой группы переменных показывают те удельные инвестиции, которые необходимы для того, чтобы поддерживать производство на уровне, достигнутом в базовом году (физические мощности, естественно, обновляются). Коэффициенты капиталоемкости для второй группы переменных показывают инвестиции, необходимые для обеспечения прироста выпуска и поддержания «новых мощностей» в течение прогнозного периода.

Ограничения (2.18) устанавливают связь между валовыми инвестициями за период и их значениями за базовый год и в последние годы периода. Эта связь определяется однозначно для любого заданного закона роста инвестиций. Наиболее простым является линейный закон роста (характеризующийся равенством годовых значений прироста и, следовательно, снижающимися во времени темпами прироста). При принятии такой гипотезы переменная u_g^1 заменяется на $u_g^0 + \Delta u_g^1$, где Δu_g^1 – абсолютный прирост инвестиций за период (параметр u_g^0 включается в задачу как переменная с фиксированным значением либо выносится в правую часть с противоположным знаком), а значение суммарных за период (за T -годов) инвестиций находится как $f_1(u_g^0, u_g^1) = = Tu_g^0 + \frac{T+1}{2} \Delta u_g^1$.

В реализованной задаче принималась гипотеза не о линейном, а об экспоненциальном законе роста валовых инвестиций. Экспоненциальный закон роста (ежегодные внутри каждого из периодов темпы роста неизменны) отличается следующей очень важной особенностью, позволяющей осуществлять линеаризацию нелинейной функции с любой степенью точности – чем выше среднегодовые темпы роста инвестиций, тем выше доля последнего года в суммарных за весь период инвестициях.

В модели с гипотезой экспоненциального роста инвестиций искомая переменная u_g^1 выражается через целую группу пере-

менных: $u_g^1 = u_g^0 + \Delta u_g^0(1) + \Delta u_g^0(2) + \dots + \Delta u_g^0(T)$, где (если линеаризация осуществляется с точностью до 1% среднегодовых темпов прироста) $\Delta u_g^0(1)$ – прирост валовых инвестиций за первый период в случае, если ежегодные темпы прироста составят 1%; $\Delta u_g^0(2)$ – дополнительный прирост валовых инвестиций в случае, если ежегодные темпы прироста возрастут с 1 до 2% и т.д., B – предельно мыслимый среднегодовой темп прироста инвестиций. Фактически значения $\Delta u_g^0(k)$ – не переменные, а параметры, переменной (искомой) величиной является число слагаемых в выражении, определяющем значение u_g^1 . Очевидно, что $\Delta u_g^0(1) = (1,01^T - 1)u_g^0$, $\Delta u_g^0(2) = (1,02^T - 1,01^T - 1)u_g^0, \dots$, $\Delta u_g^0(k) = (1 + 0,01k)^T - (1 + 0,01(k - 1))^T - 1)u_g^0$ и т.д.

Для каждого из значений среднегодовых темпов прироста инвестиций однозначно определяются суммарные за весь период инвестиции. При среднегодовом темпе прироста, равном 0%, суммарные за T лет инвестиции составят Tu_g^0 , при увеличении среднегодового темпа прироста до 1% дополнительный прирост инвестиций за весь период составит $(1,01 + 1,01^2 + 1,01^3 + \dots + 1,01^T - T)u_g^0$, если среднегодовой темп прироста возрастет до 2%, то дополнительный прирост за период – $(1,02 + 1,02^2 + 1,02^3 + \dots + 1,02^T - T)u_g^0$ и т.д. Эти числа и будут стоять в качестве коэффициентов при переменных $\Delta u_g^0(k)$ в балансах валовых инвестиций в целом за период.

В качестве переменных линеаризации экспоненциального роста инвестиций можно использовать непосредственно $\Delta u_g^0(k)$. В этом случае в качестве ограничений сверху на значения используется 1, а сумма искомых значений $\Delta u_g^0(k)$, полученная при реализации задачи покажет соответствующий полученному решению среднегодовой темп прироста инвестиций (в части капиталобразующей отрасли g). Если все $\Delta u_g^0(k)$ примут значения 1 или 0, то сумма $\Delta u_g^0(k)$ в точности совпадет со среднегодовым темпом, рассчитанным исходя из соотношений u_g^1 и u_g^0 . В противном случае (когда последняя из вошедших в оптимальный базис переменная $\Delta u_g^0(k)$ не достигла значения 1) может обнаружиться незначительное расхождение между суммой $\Delta u_g^0(k)$

и среднегодовым темпом, рассчитанным исходя из соотношений u_g^1 и u_g^0 . Практического значения эта погрешность может не иметь, но если она будет признана значимой, то можно сколь угодно повысить точность линеаризации экспоненциального закона роста путем уменьшения шага (с 1% до 0,5% или даже до 0,1%).

В реализованной постановке модели применялась нормировка переменных $\Delta u_g^0(k)$, т.е. в качестве коэффициентов в балансах производства и распределения продукции капиталобразующих отраслей использовались не сами значения $\Delta u_g^0(k)$, а единицы, а значения $\Delta u_g^0(k)$ служили в качестве верхних ограничений. В результате ограничения (2.14–2.15) принимали следующий вид:

$$x_g^0 + \Delta x_g^1 - \sum_{j=1}^n a_{gj}^0 x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{gj}^1 \Delta x_j^1 - u_g^0 - \sum_{t=1}^T \Delta t_g^t - \alpha_g^1 z^1 - v_g^1 + w_g^1 \geq q_g^1;$$

На значения Δt_g^t вводились ограничения сверху: $\Delta t_g^t \leq \Delta u_g^0(k)$.

В балансах инвестиций за период в качестве коэффициентов после нормировки выступали исходные их значения, деленные на соответствующие $\Delta u_g^0(k)$:

$$(1,01 + 1,01^2 + 1,01^3 + \dots + 1,01^T - T) u_g^0 / \Delta u_g^0(1);$$

$$(1,02 + 1,02^2 + 1,02^3 + \dots + 1,02^T - 1,01 - 1,01^2 - 1,01^3 - \dots - 1,01^{T-T}) u_g^0 / \Delta u_g^0(2) \text{ и т.д.}$$

Следует отметить, что требование неизменности сохранения ежегодных темпов прироста инвестиций не является жестким. Ежегодные темпы прироста могут варьироваться, но если доля инвестиций последнего года периода в суммарных за весь период инвестициях остается неизменной, то постановка модели адекватно отражает особенности инвестиционных процессов. Более того, закон роста инвестиций не обязательно должен быть экспоненциальным – можно предположить и возможность ускорения темпов их роста (в этом случае необходимо будет задать параметр ускорения – например, ежегодное повышение темпа прироста на 1 п.п.), и даже возможность понижения темпов роста инвестиций, но в таких рамках, чтобы оставалось неизмен-

ным главное условие, позволяющее осуществлять линеаризацию нелинейных функций – при увеличении среднегодовых темпов роста инвестиций доля последнего года в суммарных за весь период инвестициях должна повышаться.

На рис. 2.1 линейные графики иллюстрируют зависимость инвестиций на последний год периода от среднегодового темпа инвестиций для десятилетнего периода и зависимость суммарных инвестиций за период от того же аргумента. Диаграмма на рис. 2.2 демонстрирует, что с возрастанием среднегодового темпа прироста инвестиций отношение второго показателя к первому возрастает.

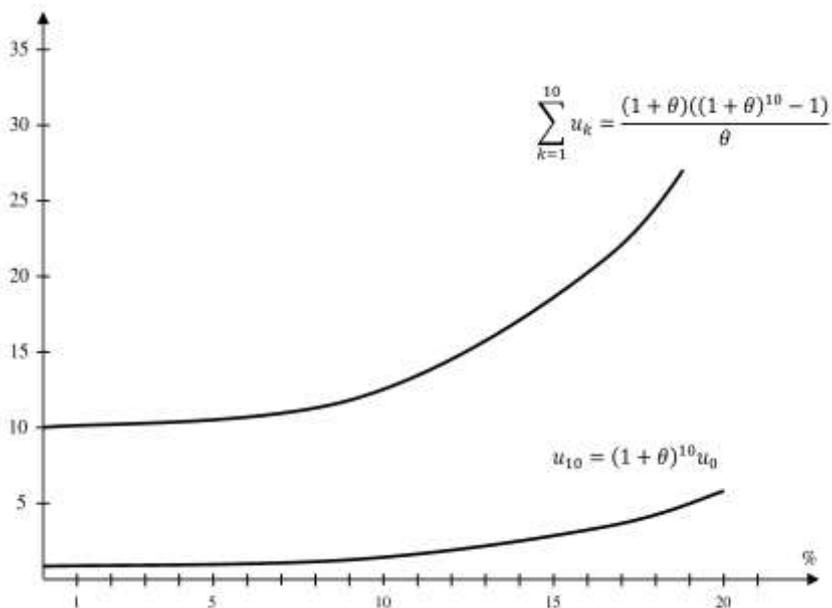


Рис. 2.1. Графики функций зависимости инвестиций на последний год u_t и суммарных за весь период инвестиций $\sum_{k=1}^T u_k$ от среднегодового темпа прироста инвестиций (для $T=10$)

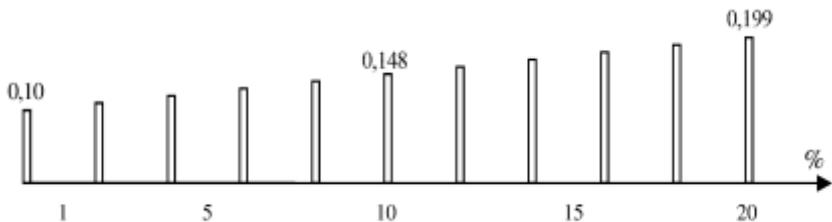


Рис. 2.2. Отношение инвестиций последнего года к суммарным инвестициям за весь период

3. Двойственное решение модели. Помимо возможности разработки сбалансированных в межотраслевом разрезе вариантов экономических прогнозов, модели рассматриваемого класса дают возможность одновременного решения двойственных задач, переменные которых имеют прозрачную экономическую интерпретацию.

Оценки балансовых условий по производству и распределению продукции. Их значения фактически показывают отклонения существующих основных цен от суммарных полных реальных затрат на производство (реальными затратами являются трудовые, текущие материальные и капитальные материальные затраты). *Оценки ограничений на используемые трудовые ресурсы* показывают предельные эффекты (измеряемые приростом максимизируемой части конечного продукта) от вовлечения в экономику одного дополнительного занятого.

Наибольший интерес представляет интерпретация *оценок ограничений на экспорт и импорт* (экспортных и импортных квот). Так, оценку ограничения $v_j \leq \bar{V}_j$ можно интерпретировать как значение экспортной таможенной пошлины, установление которой при снятии квоты на экспорт позволяет получить в реальности примерно такой же оптимальный объем экспорта, как и при наличии квоты (естественно, полностью выбираемой, соответствующей решению, в котором записанное выше ограничение выполняется как равенство). Оценка ограничения $w_j \leq \bar{W}_j$ интерпретируется как значение импортной таможенной пошлины, установление которой эквивалентно по своему воздействию на

масштабы импорта тому воздействию, которое оказывает импортная квота. Естественно, в рамках агрегированной модели эти оценки (и соответственно их интерпретация), имеют усредненный характер, что не дает возможности такого прямого их толкования, как введение одинаковых размеров пошлин для всей номенклатуры товаров, производимых той или иной отраслью. Кроме того, полученные оценки можно интерпретировать как «оптимальные» значения экспортных и импортных пошлин (в процентах от внутренних рублевых основных цен) лишь в условиях пропорциональности основных цен полным реальным затратам на производство. Поскольку это условие в реальной экономике не выполняется (в составе себестоимости продукции отдельных отраслей значительна доля налогов, кроме того, велика межотраслевая дифференциация заработной платы), расчет прикладных значений пошлин требует соответствующих корректировок. С другой стороны, получаемые при реализации модели оценки продукции (балансов производства и распределения продукции) полностью включают в себя и инвестиционную составляющую, в то время как в реальности она включается в производственные затраты лишь частично – в размере амортизационных отчислений.

Оценка ограничения на сальдо внешнеторгового баланса
 $\sum_{j=1}^{n'} p_j^v v_j^1 - \sum_{j=1}^{n'} p_j^w w_j^1 \geq Q^1$ показывают «ценность» одной единицы мировой валюты (доллара США) и всегда оказывается ниже ее рыночного курса (закупленный импортный товар необходимо еще доставить до потребителя, т.е. понести транспортные и торговые издержки).

Оценки ограничений на сальдо внешнеторгового баланса можно интерпретировать как «реальную ценность» доллара с учетом специфики постановки модели (прежде всего использования в расчетах неизменных среднегодовых цен базового года). Интерпретация этих оценок в условиях фактической или прогнозируемой динамики цен (а точнее, соотношения динамики внутренних и мировых цен) требует соответствующей корректировки – умножения полученных оценок на соотношение индексов роста внутренних (рублевых) и внешних (долларовых) цен.

2.3.2. Динамическая двухпериодная межотраслевая модель экономики России

Динамическая двухпериодная оптимизационная межотраслевая модель (ДДОММ) представляет собой результат модификации «полудинамической» постановки межотраслевой модели, которая имела один прогнозный период. Данная постановка также предназначена для решения задач прогнозирования развития экономики на долгосрочную перспективу, но имеет уже два прогнозных периода.

ДДОММ включает в себя общие для межотраслевых моделей балансы производства и распределения продукции, балансы трудовых ресурсов, валовых инвестиций и балансы внешней торговли. Целевая функция представляет собой сумму потребления домохозяйств и коллективного потребления в течение прогнозного периода с учетом фактора времени. Оптимальное решение модели дает прогнозные межотраслевые балансы экономики по состоянию на конец первого и второго периода.

В формальной постановке отличия по сравнению с «полудинамическим» вариантом сводятся, прежде всего, к тому, что каждая группа ограничений записана дважды: для последнего года первого периода (1) и для последнего года второго периода.

Балансовые условия по производству и распределению продукции:

для последнего года первого периода:

$$x_i^0 + \Delta x_i^1 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{01} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^1 \Delta x_j^1 - \alpha_i^1 z^1 - v_i^1 + w_i^1 \geq b_i^1; \quad i = 1, \dots, n; \quad (2.23)$$

для последнего года второго периода:

$$x_i^0 + \Delta x_i^1 + \Delta x_i^2 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{02} x_j^{t_0} - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^{12} \Delta x_j^1 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^2 \Delta x_j^2 - \alpha_i^2 z^2 - v_i^2 + w_i^2 \geq q_i^2; \quad i = 1, \dots, n; \quad (2.24)$$

соответствующие ограничения для капиталобразующих отраслей:

$$x_g^0 + \Delta x_g^0 - \sum_{j=1}^n a_{gj}^{01} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{gj}^1 \Delta x_j^1 - u_g^1 - \alpha_g^1 z^1 - v_g^1 + w_g^1 \geq q_g^1; \quad g \in G; \quad (2.25)$$

$$x_g^0 + \Delta x_g^1 + \Delta x_g^2 - \sum_{j=1}^n a_{gj}^{02} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{gj}^{12} \Delta x_j^1 - \\ - \sum_{j=1}^n \Delta a_{gj}^2 \Delta x_j^2 - u_g^2 - \alpha_g^2 z^2 - v_g^2 + w_g^2 \geq q_g^2; g \in G; \quad (2.26)$$

соответствующие ограничения для транспортной отрасли ($i = \tau$):

$$x_\tau^0 + \Delta x_\tau^1 - \sum_{j=1}^n a_{\tau j}^{01} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{\tau j}^1 \Delta x_j^1 - \alpha_\tau^1 z^1 - \\ \sum_{j=1}^{n'} c_{\tau j}^{v1} v_j^1 - \sum_{j=1}^{n'} c_{\tau j}^{w1} w_j^1 \geq q_\tau^1; \tau \in GT; \quad (2.27)$$

$$x_\tau^0 + \Delta x_\tau^1 + \Delta x_\tau^2 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{\tau j}^{02} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{\tau j}^{12} \Delta x_j^1 - \sum_{j=1}^n \alpha_{\tau j}^2 \Delta x_j^2 - \\ \alpha_\tau^2 z^2 - \sum_{j=1}^n c v_{\tau j}^{v2} v_j^2 - \sum_{j=1}^n c w_{\tau j}^{w2} w_j^2 \geq q_\tau^2; \tau \in GT. \quad (2.28)$$

Балансовые ограничения по трудовым ресурсам: для последнего года первого периода:

$$\sum_{j=1}^n l_j^{01} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta l_j^1 \Delta x_j^1 \leq L^1; \quad (2.29)$$

для последнего года второго периода:

$$\sum_{j=1}^n l_j^{02} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta l_j^{12} \Delta x_j^1 + \sum_{j=1}^n \Delta l_j^2 \Delta x_j^2 \leq L^2. \quad (2.30)$$

Балансовые ограничения по инвестициям: за первый период:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{01} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^1 \Delta x_j^1 - f_1(u_g^0, u_g^1) \leq 0; g \in G, \quad (2.31)$$

за второй период:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{02} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^{12} \Delta x_j^1 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^2 \Delta x_j^2 - f_2(u_g^0, u_g^2) \leq; g \in G. \quad (2.32)$$

Ограничения на внешнеторговое сальдо: для последнего года первого периода:

$$\sum_{j=1}^{n'} p_j^{v1} v_j^1 - \sum_{j=1}^{n'} p_j^{w1} w_j^1 \geq Q^1; \quad (2.33)$$

для последнего года второго периода:

$$\sum_{j=1}^{n'} p_j^{v2} v_j^2 - \sum_{j=1}^{n'} p_j^{w2} w_j^2 \geq Q^2. \quad (2.34)$$

Ограничения на объемы выпуска и приросты объемов выпуска:

$$x_j^0 \leq N_j^0; \Delta x_j^1 \leq \Delta N_j^1; \Delta x_j^2 \leq \Delta N_j^2; j = 1, \dots, n. \quad (2.35)$$

Ограничения на максимально и минимально допустимые объемы экспорта и импорта:

$$\underline{V}_j^1 \leq v_j^1 \leq \overline{V}_j^1; \underline{W}_j^1 \leq w_j^1 \leq \overline{W}_j^1; \underline{V}_j^2 \leq v_j^2 \leq \overline{V}_j^2;$$

$$\underline{W}_j^2 \leq w_j^2 \leq \overline{W}_j^2; j = 1, \dots, n. \quad (2.36)$$

Целевая функция:

$$z^1 + \delta^1 z^2 \rightarrow \max.$$

Обозначения:

Константы:

n – количество отраслей;

n' – количество транспортабельных отраслей.

Индексы:

$j \in \{1, \dots, n\}$ – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$\tau \in GT$ – индекс транспортабельных отраслей;

GT – номера транспортных отраслей;

$g \in G$ – индекс капиталобразующих отраслей;

G – номера капиталобразующих отраслей.

Переменные:

x_i^0 – базовый (достигнутый в 0 – ом г.) объем выпуска в i -ой отрасли;

$\Delta x_i^1, \Delta x_i^2$ – прирост выпуска в i -й отрасли (соответственно за первый и второй период);

z^0 – объем максимизируемой части конечного продукта в последнем году первого периода;

z^1 – объем максимизируемой части конечного продукта на конец второго периода;

v_i^1 – объем экспорта продукции i -й отрасли на конец второго периода;

w_i^1 – объем импорта продукции i -й отрасли на конец второго периода;

u_g^1 – валовые инвестиции в основной капитал (в части капиталобразующей отрасли g) на конец первого периода;

u_g^2 – валовые инвестиции в основной капитал (в части капиталобразующей отрасли g) на конец второго периода.

Параметры:

a_{ij}^{01} – коэффициенты текущих материальных затрат (расхода продукции отрасли i на единицу выпуска в отрасли j), необходимых для обеспечения объема выпуска на конец первого периода, не превышающего базовый объем выпуска в отрасли j ;

a_{ij}^{02} – коэффициенты текущих материальных затрат (расхода продукции отрасли i на единицу выпуска в отрасли j), необходимых для обеспечения объема выпуска на конец второго периода, не превышающего базовый объем выпуска в отрасли j ;

Δa_{ij}^1 – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых, для обеспечения прироста объема выпуска, достигнутого за первый период, на конец первого периода;

Δa_{ij}^{12} – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых, для обеспечения прироста объема выпуска, достигнутого за первый период, на конец второго периода;

Δa_{ij}^2 – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых, для обеспечения прироста объема выпуска, достигнутого за второй период, на конец второго периода;

α_i^1, α_i^2 – доля продукции i -й отрасли в максимизируемой части конечного продукта (соответственно на конец первого и второго периода);

c_{ij}^{v1}, c_{ij}^{v2} – транспортные затраты на экспорт единицы продукции отрасли j (соответственно на конец первого и второго периода);

c_{ij}^{w1}, c_{ij}^{w2} – транспортные затраты на импорт единицы продукции отрасли j ;

l_j^{01} – коэффициенты затрат труда, необходимых на конец первого периода для обеспечения объема выпуска отрасли j , не превышающего объем выпуска в базовом году;

l_j^{02} – коэффициенты затрат труда, необходимых на конец второго периода для обеспечения объема выпуска отрасли j , не превышающего объем выпуска в базовом году;

Δl_j^1 – коэффициенты затрат труда, необходимых на конец первого периода для обеспечения прироста выпуска отрасли j за первый период;

Δl_j^{12} – коэффициенты затрат труда, необходимых на конец второго периода для обеспечения прироста выпуска отрасли j за первый период;

Δl_j^2 – коэффициенты затрат труда, необходимых на конец второго периода для обеспечения прироста выпуска отрасли j за второй период;

γ_{gj}^{01} – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для поддержания объема выпуска продукции отрасли j в первом периоде на уровне, достигнутом в базовом году (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

γ_{gj}^{02} – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для поддержания объема выпуска продукции отрасли j в первом и втором периодах на уровне, достигнутом в базовом году (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta\gamma_{gj}^1$ – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли j в первом периоде (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta\gamma_{gj}^{12}$ – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для обеспечения приростов выпуска продукции отрасли j в первом периоде и поддержания этих приростов в течение обоих периодов (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta\gamma_{gj}^2$ – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли j во втором периоде (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

u_g^0 – базовый объем инвестиций в части затрат продукции капиталобразующей отрасли g ;

$f_1(u_g^0, u_g^1)$ – функция зависимости суммарных инвестиций в основной капитал за первый период от значений базового их объема и достигнутого в последнем году первого периода (для заданного закона их роста);

$f_2(u_g^0, u_g^2)$ – функция зависимости суммарных инвестиций в основной капитал за второй период от значений достигнутых их объемов соответственно в последние годы первого и второго периодов (для заданного закона их роста);

p_j^{v1}, p_j^{v2} – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для экспортируемой продукции отрасли j (соответственно на конец первого и второго периода);

p_j^{w1}, p_j^{w2} – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для импортируемой продукции отрасли j (соответственно на конец первого и второго периода);

$N_j^0, \Delta N_j^1, \Delta N_j^{12}$ – ограничения на значения переменных объемов выпуска отрасли j (приростов объемов выпуска);

Q^1, Q^2 – ограничения на величину сальдо торгового баланса (соответственно для первого и второго периода);

L^1, L^2 – прогнозируемая численность занятых в экономике (соответственно на конец первого и второго периода);

$\underline{V}_j^1, \underline{V}_j^2, \overline{V}_j^1, \overline{V}_j^2$ – максимально и минимально допустимые объемы экспорта продукции отрасли j ;

$\underline{W}_j^1, \underline{W}_j^2, \overline{W}_j^1, \overline{W}_j^2$ – максимально и минимально допустимые объемы импорта продукции отрасли j ;

δ^1 – коэффициент дисконтирования (сопоставления во времени показателей потребления соответственно на конец первого и второго периода), $0 < \delta^1 \leq 1$.

Комментарии

1. Смысл параметра δ^1 . Одной из наиболее сложных проблем, возникающих при построении и использовании двух- и многопериодных моделей, является проблема выбора целевой функции. Так, если в качестве цели поставить максимизацию конечного продукта к концу прогнозного горизонта, то вполне вероятно получение решений с низкими, вплоть до нулевых, темпами прироста в первый период. Задание какого-либо закона роста конечного продукта (например, с равными ежегодными темпами или с заданным соотношением темпов между периодами) делает систему ограничений задачи чрезвычайно жесткой и не дает возможности использования в анализе двойственных переменных. Варьирование параметра δ^1 позволяет при необходимости изменять попериодную динамику роста конечного продукта. Так, если задать δ^1 небольшим (существенно меньшим единицы), то полностью динамическая модель будет обладать свойствами системы моделей прямой рекурсии – т.е. ее решение совпадет с решениями двух последовательно решаемых однопери-

одных моделей. Напротив, если задать значение δ^1 равным или, тем более, превышающим 1, то можно обнаружить следующий эффект – значение показателя конечного потребления в последнем году первого периода понижается (темп роста замедляется), а значение этого же показателя в последнем году второго периода увеличивается (причем увеличение его более значительно, чем снижение в конце первого периода).

2. Связи двух периодов. Условия, в которых функционирует экономика страны, изменяются с течением времени. Некоторые из этих изменений прогнозируются с высокой степенью точности (например, вытекающие из особенностей демографических процессов следствия в части потенциальных трудовых ресурсов), другие характеризуются достаточно высокой степенью неопределенности (внешнеэкономическая конъюнктура может остаться прежней, может ухудшиться или улучшиться) и требуют вариантного подхода к прогнозированию. Различие этих условий обуславливает целесообразность использования полностью динамических моделей, в которых отдельно учитывается специфика каждого из периодов. В ДДОММ для исследуемой перспективы были выделены два периода. Связь между периодами обеспечивается наличием «сквозных», представленных в условиях производства и распределения продукции для обоих периодов, переменных и взаимозависимостью функций, определяющих соотношения между валовыми инвестициями в каждом периоде и их объемами в последние годы каждого периода. Такая структура задачи обуславливает наличие как прямой, так и обратной связи между периодами. Прямая связь выражается в том, что достигнутые к концу первого периода результаты становятся стартовыми условиями функционирования экономики во втором периоде. Обратная связь проявляется, прежде всего, в особенностях отображения инвестиционных процессов – так, если главной целью поставить долгосрочный ориентир – достигнуть максимума конечного потребления к концу всего прогнозного периода, то реализацию этой цели обеспечивает изменение соотношения между потреблением и накоплением в первом периоде в пользу последнего. Проведенные экспериментальные расчеты показали, что уменьшение объемов конечного потребления (и соответственно, увеличение объемов инвестиций) в первом периоде приводит к

более значительному росту абсолютных показателей конечного потребления к концу второго периода и к общему увеличению суммарного за все рассматриваемые годы конечного продукта. Учитывая особенности современного состояния экономики страны и остроту социальных проблем, а также специфику провозглашенных на самом высоком уровне приоритетных национальных программ, такие варианты в прикладных расчетах не рассматривались – приоритетной считалась задача повышения уровня жизни именно в ближайшие годы.

Структура матрицы двухпериодной модели представлена в табл. 2.1.

2.3.3. Динамическая трехпериодная оптимизационная межотраслевая модель

Формальная постановка трехпериодной модели (ДТОММ) отличается от предшествующего варианта увеличением в полтора раза количества ограничений общего вида (теперь они записываются не для двух, а для трех временных точек), в том числе и связывающих объемы инвестиций за каждый из рассматриваемых периодов с инвестициями последнего года каждого периода и инвестициями последнего года предшествующего периода.

В частности, балансовые условия по производству и распределению продукции записываются уже в следующем виде:

для последнего года первого периода:

$$\begin{aligned} x_i^0 + \Delta x_i^1 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{01} x_j^0 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^1 \Delta x_j^1 - \alpha_i^1 z^1 - v_i^1 + w_i^1 \geq \\ \geq b_i^1; \quad i = 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (2.37)$$

для последнего года второго периода:

$$\begin{aligned} x_i^0 + \Delta x_i^1 + \Delta x_i^2 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{02} x_j^{t_0} - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^{12} \Delta x_j^1 - \\ - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^2 \Delta x_j^2 - \alpha_i^2 z^2 - v_i^2 + w_i^2 \geq q_i^2; \quad i = 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (2.38)$$

для последнего года третьего периода:

$$\begin{aligned} x_i^0 + \Delta x_i^1 + \Delta x_i^2 + \Delta x_i^3 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{03} x_j^{t_0} - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^{13} \Delta x_j^1 - \\ - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^{23} \Delta x_j^2 - \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^3 \Delta x_j^3 - \alpha_i^3 z^3 - v_i^3 + w_i^3 \geq q_i^3; \quad i = \\ 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (2.39)$$

где параметры

a_{ij}^{03} – это коэффициенты текущих материальных затрат (расхода продукции отрасли i на единицу выпуска в отрасли j),

Окончание таблицы 2.1

1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
		2.24	■	■	■												■			■	■		■	
		2.26	■	■	■												■			■	■		■	
Трудовых ресурсов	t_1	2.29	■	■																			■	
	t_2	2.30	■	■	■					■														■
Инвестиции	t_1	2.31	■	■			■			■		■												■
	t_2	2.32	■	■	■			■		■				■		■								■
Ограничение на переменные аппроксимации экспоненциального закона для 2-го периода								■	■					■	■									■
Внешнеторговые сальдо	t_1	2.33																■	■					■
	t_2	2.34																			■	■		■

необходимых для обеспечения объема выпуска в конце третьего периода, не превышающего базовый объем выпуска в отрасли j ;

Δa_{ij}^{13} – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых, для обеспечения прироста объема выпуска, достигнутого за первый период, в последнем году третьего периода;

Δa_{ij}^{23} – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых, для обеспечения прироста объема выпуска, достигнутого за второй период, в последнем году третьего периода;

Δa_{ij}^3 – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимых для обеспечения прироста объема выпуска за третий период, в конце данного периода.

Балансовые ограничения по инвестициям записываются в следующем виде:

за первый период:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{01} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^1 \Delta x_j^1 - f_1(u_g^0, u_g^1) \leq 0; \quad g \in G; \quad (2.40)$$

за второй период:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{02} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^{12} x_j^1 + \sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{12} x_j^1 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^2 \Delta x_j^2 - f_2(u_g^0, u_g^2) \leq 0; \quad g \in G; \quad (2.41)$$

за третий период:

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{03} x_j^0 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^{13} x_j^1 + \sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{23} x_j^2 + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_{gj}^3 \Delta x_j^3 - f_2(u_g^0, u_g^3) \leq 0; \quad g \in G; \quad (2.42)$$

где: γ_{gj}^{03} – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для поддержания объема выпуска продукции отрасли j за все три периода на уровне, достигнутом в базовом году (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta \gamma_{gj}^{13}$ – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для обеспечения приростов выпуска продукции отрасли j в первом периоде и поддержания этих приростов все три периода (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta \gamma_{gj}^{23}$ – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для обеспечения приростов выпуска продукции отрасли j во втором пери-

оде и поддержания этих приростов в третьем периоде (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

Δy_{gj}^3 – коэффициенты капитальных затрат, необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли j в третьем периоде (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

Целевая функция преобразуется в следующий вид:

$$z^1 + \delta^1 z^2 + \delta^2 z^3 \rightarrow \max;$$

где δ^1, δ^2 – коэффициенты дисконтирования (сопоставления во времени показателей конечного потребления соответственно в конце первого и второго периода, в конце первого и третьего периода.), $0 < \delta^i \leq 1, i = 1, 2$.

Структура матрицы трехпериодной модели представлена в табл. 2.2.

2.4. Оптимизационная межрегиональная межотраслевая модель в полудинамической постановке

Прогноз пространственного развития экономики и оценка влияния изменений пространственной структуры на динамику макроэкономических показателей проводятся на основе оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели в полудинамической или динамической постановке.

Оптимизационные межрегиональные межотраслевые модели (ОМММ) представляют собой результат такого объединения региональных моделей, при котором сохраняются все условия и информация региональных моделей и включаются условия согласования межрегиональных связей. При этом сохраняются возможности выбора межотраслевых и межрегиональных связей с точки зрения определенных критериев. Поэтому такие модели применяются как инструменты оценки возможностей регионов, обоснований вариантов региональных структур производства и использования ресурсов, альтернатив территориального размещения производства, соотношений спроса и предложения, условий экономического равновесия. Основные элементы ОМММ – это критерии оптимальности, условия региональных межотраслевых блоков (включая особенности транспорта), условия межрегиональных связей.

Окончание таблицы 2.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Трудовых ресурсов	2010	10																						
	2015	11																						
	2020	12																						
Инвестиции	2010	13																						
	2015	14																						
	2020	15																						
Ограничения на переменные аппроксимации экспоненциального закона	для 2-го периода																							
	для 3-го периода																							
Внешнеторговые сальдо	2010	16																						
	2015	17																						
	2020	18																						

В математическом смысле ОМММ является задачей линейного или сепарабельного программирования, решение которой определяет состояние экономики региона на последний год некоторого прогнозного периода или последние годы подпериодов.

Основные балансовые соотношения модели представлены для двух лет – нулевого (базового) года и последнего (Т-го) года. Ниже приводится алгебраическая запись ограничений модели.

Региональные блоки модели

Балансовые ограничения по производству и распределению продукции:

$$\begin{aligned} x_i^{0r} + \Delta x_i^{1r} - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{0r} x_j^{0r} - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{1r} \Delta x_j^{1r} - \alpha_i^{1r} z^{1r} - \\ \sum_{s \neq r} x_i^{rs} + \sum_{s \neq r} x_i^{sr} - v_i^{1r} + w_i^{1r} \geq q_i^{1r}; i = 1, \dots, n; r = 1, R. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Соответствующие ограничения для капиталобразующих отраслей ($i = g$):

$$\begin{aligned} x_g^{0r} + \Delta x_g^{1r} - \sum_{j=1}^n a_{gj}^{0r} x_j^{0r} - \sum_{j=1}^n a_{gj}^{1r} \Delta x_j^{1r} - u_g^{1r} - \alpha_g^{1r} z^{1r} - \\ - \sum_{s \neq r} x_g^{rs} + \sum_{s \neq r} x_g^{sr} - v_g^{1r} + w_g^{1r} \geq q_g^{1r}; g \in G; r = 1, R. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Соответствующие ограничения для транспортной отрасли ($i = \tau$):

$$\begin{aligned} x_\tau^{0r} + \Delta x_\tau^{1r} - \sum_{j=1}^n a_{\tau j}^{0r} x_j^{0r} - \sum_{j=1}^n a_{\tau j}^{1r} \Delta x_j^{1r} - \alpha_\tau^{1r} z^{1r} - \\ \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^{rs} x_j^{rs} - \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^{sr} x_j^{sr} - \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^v v_j^{1r} - \sum_{j=1}^n c_{r\tau j}^w w_j^{1r} \geq \\ \geq q_\tau^{1r}; \tau \in GT; r = 1, R. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Балансовые ограничения по трудовым ресурсам

$$\sum_{j=1}^n l_j^{0r} x_j^{0r} + \sum_{j=1}^n \Delta l_j^{1r} \Delta x_j^{1r} \leq L^{1r}; r = 1, R. \quad (2.46)$$

Балансовые ограничения по инвестициям

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{0r} x_j^{0r} + \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_j^{1r} \Delta x_j^{1r} - f_1(u_g^{0r}, u_g^{1r}) \leq 0; g \in G; \\ r = 1, R. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Ограничения на региональное внешнеторговое сальдо

$$\sum_{j=1}^n p_j^v v_j^{1r} - \sum_{j=1}^n p_j^w w_j^{1r} \geq Q^{1r}; r = 1, R. \quad (2.48)$$

Ограничения на объемы выпуска и прироста объемов выпуска:

$$x_j^{0r} \leq N_j^{0r}; \Delta x_j^{1r} \leq N_j^{1r}; j = 1, \dots, n; r = 1, R. \quad (2.49)$$

Ограничения на максимально и минимально допустимые объемы экспорта и импорта (экспортно-импортные квоты):

$$\underline{V_j^{1r}} \leq v_j^{1r} \leq \overline{V_j^{1r}}; \underline{W_j^{1r}} \leq w_j^{1r} \leq \overline{W_j^{1r}}; j = 1, \dots, n; r = 1, R. \quad (2.50)$$

Общесистемные ограничения

Ограничения на территориальную структуру конечного потребления населения

$$z^{1r} - \alpha^{1r} z^1 \geq 0; r = 1, \dots, R. \quad (2.51)$$

Ограничения на максимально и минимально допустимые объемы экспорта и импорта (экспортно-импортные квоты):

$$\underline{V_j^1} \leq \sum_{r=1}^R v_j^{1r} \leq \overline{V_j^1}; \underline{W_j^1} \leq \sum_{r=1}^R w_j^{1r} \leq \overline{W_j^1}; j = 1, \dots, n. \quad (2.52)$$

Ограничения внешнеторгового баланса

$$\sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{n'} p_j^v v_j^{1r} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{n'} p_j^w w_j^{1r} \geq Q^1. \quad (2.53)$$

Целевая функция

$$z^1 \rightarrow \max. \quad (2.54)$$

Обозначения:

Константы:

n – количество отраслей;

n' – количество транспортабельных отраслей;

R – количество регионов.

Индексы:

$j \in \{1, \dots, n\}$ – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$s, r \in \{1, \dots, R\}$ – индексы регионов;

$\tau \in GT$ – индекс транспортабельных отраслей;

GT – номера транспортных отраслей;

$g \in G$ – индекс капиталобразующих отраслей;

G – номера капиталобразующих отраслей.

Переменные:

x_i^{0r} – объем выпуска в i -ой отрасли r -го региона, получаемый в последнем году прогнозного периода с производственных мощностей, действовавших на начало периода;

Δx_i^{1r} – прирост выпуска в i -й отрасли r -го региона за период;

x_i^{rs} – объем перевозок продукции i -й отрасли из r -го региона в s -ый регион в последнем году периода;

x_i^{sr} – объем перевозок продукции i -й отрасли из s -го региона в r -ый регион в последнем году периода;

v_i^{1r} – объем экспорта продукции i -й отрасли r -го региона в последнем году периода;

w_i^{1r} – объем импорта продукции i -й отрасли r -го региона в последнем году периода;

u_g^{1r} – валовые инвестиции в основной капитал в регионе r (в части капиталобразующей отрасли g);

z^{1r} – объем максимизируемой части конечного потребления в последнем году периода для региона r ;

z^1 – максимизируемый объем конечного потребления в целом по стране в последнем году периода.

Параметры:

a_{ij}^{0r} – удельные текущие затраты продукции i на выпуск продукции j в регионе r , необходимых для обеспечения объема выпуска в конце периода, не превышающего базовый (0 года) объем выпуска в отрасли j ;

a_{ij}^{1r} – удельные текущие затраты продукции i на выпуск продукции j в регионе r , необходимых для обеспечения прироста объема выпуска за период;

$c_{r\tau j}^{rs}$ – дополнительные удельные затраты транспорта региона r на вывоз продукции j из региона r в регион s ;

$c_{r\tau j}^{sr}$ – удельные затраты транспорта региона r на ввоз продукции j из региона s ;

$c_{r\tau j}^v$ – дополнительные удельные затраты транспорта региона r на экспорт продукции j из региона r ;

$c_{r\tau j}^w$ – удельные затраты транспорта региона r на импорт продукции j ;

α_i^{1r} – доля продукции i в суммарном конечном потреблении в регионе r ($\sum_{i=1}^n \alpha_i^{1r} = 1$);

l_j^{0r} – удельная трудоемкость выпуска продукции j в регионе r , необходимых для обеспечения объема выпуска в конце периода, не превышающего базовый (0 года) объем выпуска в отрасли j ;

Δl_j^{1r} – удельная трудоемкость выпуска продукции j в регионе r , необходимых для обеспечения прироста выпуска отрасли j за период;

γ_{gj}^{0r} – коэффициенты капитальных затрат в регионе r , необходимых для поддержания объема выпуска продукции отрасли j в течение периода на уровне, достигнутом в базовом году (в части затрат, приходящихся на долю капиталобразующей отрасли g);

$\Delta \gamma_{gj}^{1r}$ – коэффициенты капитальных затрат в регионе r , необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли i за период (в части затрат, приходящихся на долю фондообразующей отрасли g);

$u_g^{t_0}$ – базовый объем инвестиций в части затрат продукции капиталобразующей отрасли g в регионе r ;

$f_1(u_g^0, u_g^1)$ – функция зависимости суммарных инвестиций в основной капитал за период от значений базового их объема и достигнутого в последнем году первого периода (для заданного закона их роста);

λ^{1r} – доля региона r в суммарном конечном потреблении страны;

$$\left(\sum_{r=1}^R \lambda^{1r} = 1\right);$$

p_j^v – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для продукции отрасли i , экспортируемой в последнем году периода;

p_j^w – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (выраженные в долларах) для продукции отрасли i , импортируемой в последнем году периода;

$N_j^{0r}, \Delta N_j^{1r}$ – ограничения на значения переменных объемов выпуска отрасли j (приростов объемов выпуска) в регионе r ;

Q^{1r} – ограничения на величину сальдо торгового баланса в регионе r в последнем году периода;

L^{1r} – ограничения на численность трудовых ресурсов в последнем году периода в регионе r ;

$\underline{V}_j^{1r}, \overline{V}_j^{1r}$ – максимально и минимально допустимые объемы экспорта продукции отрасли i из региона r в последнем году периода;

$\underline{W}_j^{1r}, \overline{W}_j^{1r}$ – максимально и минимально допустимые объемы импорта продукции отрасли i в регион r в последнем году периода;

$\underline{V}_j^1, \overline{V}_j^1$ – максимально и минимально допустимые объемы экспорта продукции отрасли i из страны в целом в последнем году периода;

$\underline{W}_j^{1r}, \overline{W}_j^{1r}$ – максимально и минимально допустимые объемы импорта продукции отрасли i страны в целом в последнем году периода.

Структура регионального блока модели представлена в таблице 2.3.

Развернутая структура матрицы межрегиональной модели представлена в табл. 2.4 для трехзональной сетки. В таблице упрощенно представлены три региональных блока, состоящих из ограничений (2.4) – (2.8). Связи между районами описываются переменными перевозок $x^{(12)}$, $x^{(21)}$, $x^{(23)}$, $x^{(32)}$, $x^{(13)}$, $x^{(31)}$. Региональные сальдо внешней торговли в сумме ограничены величиной внешнеторгового баланса национальной экономики. Ограничения, накладываемые на территориальную структуру конечного потребления населения, представляют собой способ скаляризации задачи векторной оптимизации, в которой максимизируются объемы конечного потребления каждого региона.

Таблица 2.3

Структура регионального блока модели

	1	Балансовые условия по производству и распределению продукции			2	Ограничения по труду		2.47	Связь между инвестициями базового и последнего года за период	Номер ограничения		Переменные выпуска продукции		Переменные инвестиций в основной капитал			8	Межрегиональные связи		Внешнеторговые связи		13	14	
		2.45	2.44	2.43		2.46	3			4	5	6	7	Базового года (x_i^{0r})	Прирост за период (x_i^{1r})	Базового года (u_g^{0r})		Последнего года (u_g^{1r})	Приросты за период ($\Delta u_g^{0r}(k)$)	Конечное потребление (z^r)	Вывоз (x_i^{1s})			Ввоз (x_i^{1t})

Окончание таблицы 2.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ограничения на внешне-торговое сальдо региона	2.48												

Таблица 2.4

Межрегиональная межотраслевая модель в полудинамической постановке (на примере 3-х регионов)

Ограничения на территориальную структуру потребления населения	2.51	Структура регионального блока модели.																				Правая часть ограничения	
		Регион 1						Регион 2						Регион 3						z			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		21	22	23
Регион 1	2.43-2.50																						
Регион 2	2.43-2.50																						
Регион 3	2.43-2.50																						

Окончание таблицы 2.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
Ограничения внешнеторгового баланса	2.52																						
Функционал	2.53																						

2.5. Нелинейная постановка полудинамической оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели¹

В отличие от стандартной постановки ОМММ, где показатели затрат на единицу прироста выпуска не зависят от величины этих приростов, в «нелинейной» ОМММ заложена предпосылка об опережающем выпуске росте капитальных затрат (что особенно характерно для добывающих отраслей), кроме отраслей услуг. Практическая реализация предпосылки нелинейности осуществлена переходом к кусочно-линейной ее аппроксимации – вместо одной (в каждом регионе для каждой отрасли) переменной, показывающей объем выпуска на «новых мощностях», в задаче представлены m переменных.

Вторая важнейшая предпосылка нелинейной модели – обратная зависимость цен реализации экспортируемой продукции от объемов суммарного (через все пограничные регионы) экспорта по каждой из отраслей и, напротив, прямая зависимость цен приобретения импортируемой продукции от объемов суммарного импорта по каждой из отраслей. На показатели экспорта и импорта услуг, которые в нелинейной модели остаются экзогенными, эта предпосылка не распространяется.

Такая нелинейная постановка модели позволяет отказаться от фиксации переменных экспорта и импорта и, соответственно, проводить эксперименты по изучению влияния тех или иных изменений в экономике, как внутренних, так и внешних условий, на

¹ Более подробно данная постановка будет рассмотрена в разделе 7.2.

структуру и объемы внешнеэкономических связей. Кроме того, нелинейная постановка позволяет избегать решений, характеризующихся чрезмерной концентрацией производства отдельных видов деятельности в каких-то регионах, в также снижается вероятность получения крайне низких или нулевых оценок ограничений по трудовым ресурсам. Ожидается более полное представление Парето-границы системы регионов: модель задает не окрестность конкретного сценария, а целую область.

Теперь балансовые ограничения по производству и распределению продукции выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} & x_i^{0r} + \sum_{j_x=1}^m \Delta x_i^{j_x 1r} - \sum_{j=1}^n a_{ij}^{0r} x_j^{0r} - \\ & - \sum_{j_x=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta a_{ij}^{j_x 1r} \Delta x_j^{i_x 1r} - \alpha_i^{1r} z^{1r} - \sum_{s \neq r} x_i^{rs} + \sum_{s \neq r} x_i^{sr} - \\ & - \sum_{j_v=1}^m v_i^{j_v 1r} + \sum_{j_w=1}^m w_i^{j_w 1r} \geq q_i^{1r}; \quad i = 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (2.55)$$

где:

$\Delta x_i^{j_x 1r}$ – прирост выпуска в i -й отрасли r -го региона на способе производства j_x за счет инвестиций на расширение мощностей;

$\Delta a_{ij}^{j_x 1r}$ – коэффициенты текущих материальных затрат, необходимые для обеспечения прироста объема выпуска отрасли j региона r способом производства j_x (коэффициенты затрат на новых мощностях);

$v_i^{j_v 1r}$ – объёмы j_v -го способа экспорта продукции i -й отрасли региона r ;

$w_i^{j_w 1r}$ – объёмы j_w -го способа импорта продукции i -й отрасли региона r .

Балансовые ограничения по трудовым ресурсам

$$\sum_{j=1}^n l_j^{0r} x_j^{0r} + \sum_{j_x=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta l_j^{j_x 1r} \Delta x_j^{i_x 1r} \leq L^{1r}; \quad r = 1, R; \quad (2.56)$$

где:

$\Delta l_j^{j_x 1r}$ – удельная трудоемкость выпуска продукции, необходимых для обеспечения прироста выпуска отрасли j в регионе r способом производства j_x .

Балансовые ограничения по инвестициям

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{gj}^{0r} x_j^{0r} + \sum_{j_x=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta \gamma_j^{j_x 1r} \Delta x_j^{i_x 1r} \sum_{j=1}^n - f_1(u_g^{0r} u_g^{1r}) \leq 0; \quad g \in G; \quad r = 1, R; \quad (2.57)$$

где:

$\Delta \gamma_j^{jx1r}$ – коэффициенты капитальных затрат в регионе r , необходимых для увеличения объема выпуска продукции отрасли j в регионе r способом производства j_x .

Ограничения внешнеторгового баланса

$$\sum_{r=1}^R \left(\sum_{j_v=1}^m \sum_{j=1}^{n'} p_j^{j_v} v_j^{j_v 1r} - \sum_{j_w=1}^m \sum_{j=1}^{n'} p_j^{j_w} w_j^{j_w 1r} \right) \geq Q^1; \quad (2.58)$$

где:

$p_j^{j_v}$ – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (товарные курсы в долларах) для объема j_v -го способа экспорта продукции отрасли j ;

$p_j^{j_w}$ – коэффициенты перевода внутренних рублевых основных цен во внешнеторговые рыночные цены (товарные курсы в долларах) для объема j_w -го способа импорта продукции отрасли j ;

Ограничения на объемы выпуска и прироста объемов выпуска:

$$x_j^{0r} \leq N_j^{0r}; \quad \Delta x_j^{jw1r} \leq N_j^{jw1r}; \quad j = 1, \dots, n; \quad r = 1, R. \quad (2.59)$$

Ограничения на верхние границы способов экспорта и импорта

$$\sum_{r=1}^R v_j^{j_v 1r} \leq \overline{V_j^{j_v 1}}; \quad \sum_{r=1}^R w_j^{j_w 1r} \leq \overline{W_j^{j_w 1}}; \quad j = 1, \dots, n'; \quad j_v = 1, \dots, m. \quad (2.60)$$

Ограничения на территориальную структуру конечного потребления населения

$$z^{1r} - \alpha^{1r} z^1 \geq 0; \quad r = 1, \dots, R. \quad (2.61)$$

Целевая функция

$$z^1 \rightarrow \max. \quad (2.62)$$